



TITLE:

散逸系の不安定性と非線型揺動(非線型・非平衡状態の統計力学,研究会報告)

AUTHOR(S):

中村, 紀一

CITATION:

中村, 紀一. 散逸系の不安定性と非線型揺動(非線型・非平衡状態の統計力学,研究会報告). 物性研究 1977, 27(6): F18-F21

ISSUE DATE:

1977-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89321>

RIGHT:

参 考 文 献

- 1) J.B.McLaughlin and P.C.Martin, Phys. Rev. **A12**(1975), 186.
- 2) Y.Kuramoto and T.Yamada, Prog. Theor. Phys. **56**(1976), 679.
T.Yamada and Y.Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **56**(1976), 681.
- 3) A.M.Zhalotinsky, *Biological and Biochemical Oscillations* (ed. by B.Chance et al. Acad. Press, 1973)
- 4) H.Fujisaka and T.Yamada, to be published in Prog. Theor. Phys.
- 5) D.Ruelle and F.Takens, Commun. math. Phys. **20**(1971), 167.

散逸系の不安定性と非線型揺動

日電中研 中 村 紀 一

§ 1. 序 論

開放散逸系は不安定点以上の広い範囲でしばしば異常に大きい揺らぎを示す。これは開放系に於ける不安定性の特徴で、系に新しい運動が起っていることを示唆する。事実 Lorenz¹⁾ はベナール問題の計算機実験で乱流の臨界点以上でストカスチックな性質をもつ非周期運動 (strange attractor²⁾) を得た。又、May³⁾ は生態系の差分方程式が同様な解をもつことを示した。我々はガン不安定性の計算機実験で、これと異なる運動を見出した。この運動は特別な場合として strange アトラクターを含み、異常揺らぎとして観測される。

§ 2. 計算機実験の結果

ガン不安定性は電界のフーリエ成分 X_m に対する次の運動方程式で記述される⁴⁾

$$\frac{dX_m}{dt} = \left[\left(\frac{p-m^2}{\xi} \right) - \xi g \sum_{m'=1}^M \left(1 - \frac{1}{2} \delta_{m,m'} \right) |X_{m'}|^2 \right] X_m + \frac{1}{2} (1 + i\alpha) \sum_{(m'+m''=m)} X_{m'} X_{m''} \quad (1)$$

p は外力, a と g はパラメータ, $p > \frac{1}{2}(M^2+1)$ で $\xi = (p-1)$, $p < \frac{1}{2}(M^2+1)$ で, $\xi = (M^2-p)$ である。いま, モード数 $M=20$ の系を考え, (1)で右辺の最後の項を修正し, この相互作用をもつ運動方程式を Runge-Kutta-Gill の方法で解く。

$X_m = Y_{2m-1} + i Y_{2m}$ とおき, $I = \sum_{j=1}^{40} Y_j^2$ の時間発展を計算した。

(a) ストカスチック運動

系が不安定平衡点 ($Y_j=0$) の近くから出発して, 新しい定常状態へ接近するとき, 平衡系の緩和過程と異なる寿命の長い無秩序な運動が現れる (図1a)。これは $p=10^2-10^4$ までの広い範囲で見出された。次に無秩序運動の性質を調べる。エルゴード理論⁵⁾によると, 初めに非常に近い距離 D_0 をもつ2つの軌道の距離 D が指数関数的 ($D=D_0 e^{ht}$) に増加するなら, 軌道はストカスチックである (軌道不安定性)。無秩序運動はストカスチックであることが分る (図1b)。即ち, 軌道不安定な力学系は運動方程式が決定論的であっても統計的振舞をする。

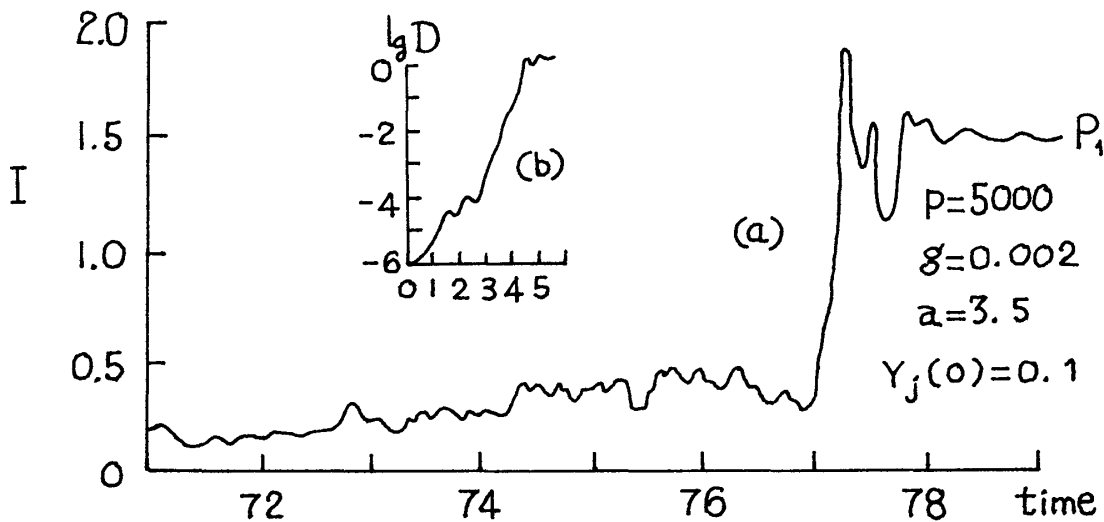


図 1. (a) ストカスチック運動

(b) 軌道不安定性の証明

(b) 外界からの揺動力の効果

揺動力 εr は非線形ランジュバン方程式の形で考慮される (r は区間 $[-1, 1]$ で定義された一様乱数, ε はパラメータ) 図2は揺動力の影響が軌道に沿って除々に蓄積さ

れ、遂には揺動力がなくなると全く異なる軌道が現れることを示す。この蓄積効果は軌道不安定性から予想される。

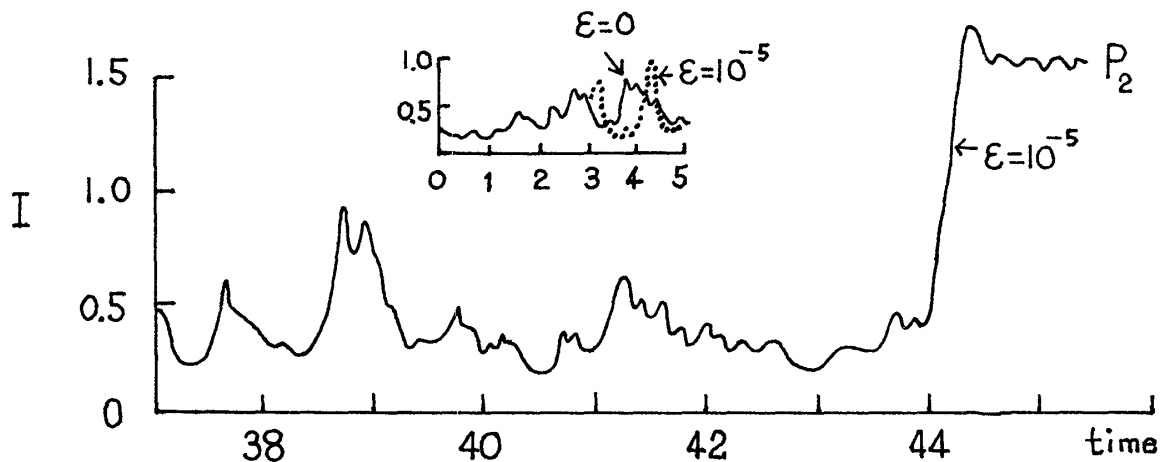


図 2. 揺動力の蓄積効果。

パラメータの値は図 1 と同じ。

(c) 定常状態（アトラクター）からの脱出

揺動力がなければ系は定常状態にとどまる。しかし、揺動力の蓄積効果によって、系はある滞在時間の後、定常状態を脱出し、再び無秩序運動をする（図 3）。脱出効果は平衡状態又は安定な軌道を経て定常状態へ達する場合には現れない。かくして、不安定系では揺動力が引き金となって無秩序運動を媒介とするアトラクター間の彷徨運動が発生する。strange アトラクターは定常状態がない彷徨運動である。無秩序運動は系に固有の非線形性に由来するから巨視的である。従って、彷徨運動は物理量の巨大揺らぎとして観測されるだろう。

§ 3. 結 論

系が不安定平衡点から出発してアトラクターへ接近するとき、軌道は安定か不安定かのいずれかであるが、軌道不安定な力学系は一般に § 2 の性質を持つであろう。しかしその統計性はランダム揺動力でなく、決定論的運動方程式の非線形性によるから、Fokker-Planck 方程式と異なる統計理論に支配されるだろう。

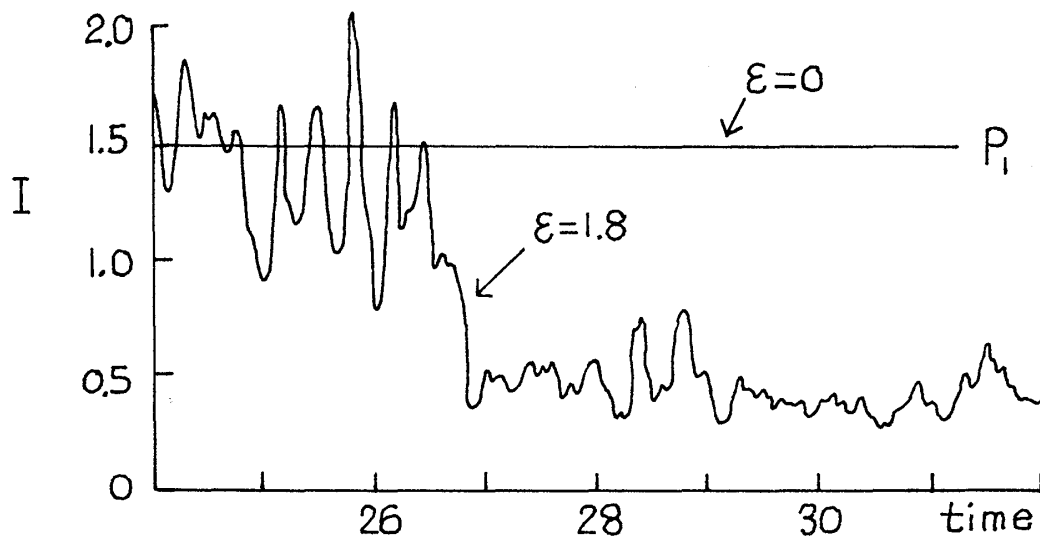


図 3. アトラクターからの脱出。
パラメータの値は図 1 と同じ。

参 考 文 献

- 1) E. N. Lorenz: J. Atmos. Sci. **20** (1963) 130.
- 2) D. Ruelle and F. Takens: Commun. math. Phys. **20** (1971) 167.
- 3) R. M. May: Nature **256** (1975) 165; J. theor. Biol. **51** (1975) 511.
- 4) K. Nakamura: J. Phys. Soc. Japan **38** (1975) 46.
- 5) B. V. Chirikov et al.: Comput. Phys. Commun. **5** (1973) 11.

Domain dynamics と mode selection

東大・理 齋 藤 幸 夫

以前平衡へ近づく際に起こるモード選択をスピノダル分解を例に考えたが、今回は非平衡定常状態でできる構造とそのモード選択を考える。例としては微分負性抵抗系の Kroemer 模型を考え、無次元化した電場 E と電流 J_t の従う式を導く。